

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**БРАТСКИЙ ЦЕЛЛЮЛОЗНО-БУМАЖНЫЙ КОЛЛЕДЖ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БРАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Специальность 15.02.12

Монтаж, техническое обслуживание и ремонт промышленного оборудования  
(по отраслям)

## **МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

***ПО РАЗДЕЛУ «КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА»***

*по дисциплине*  
**«ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»**

Братск 2019

Составила (разработала) Никитина Н.А., преподаватель кафедры  
химико-механических дисциплин

Рассмотрено на заседании кафедры химико-механических дисциплин

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

\_\_\_\_\_  
(Подпись зав. кафедрой)

Одобрено и утверждено редакционным советом

\_\_\_\_\_  
(Подпись председателя РС)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

№ \_\_\_\_\_

## Содержание

Введение .....	4
1 Кинематика точки .....	5
2 Кинематика тела .....	6
3 Сложное движение .....	9
4 Основные понятия и аксиомы динамики .....	11
5 Метод кинетостатики .....	12
6 Работа, мощность, к.п.д. ....	14
7 Виды трения. Условие самоторможения .....	16
8 Теоремы динамики .....	18
9 Задачи по кинематике и динамике .....	20
10 Тест по кинематике и динамике .....	32
Заключение .....	36
Список использованных источников .....	37

## Введение

Раздел «Кинематика и динамика» входит в состав дисциплины «Техническая механика» и предшествует изучению раздела «Детали машин». Изучения данного раздела предусмотрено рабочими программами всех специальностей.

Целью раздела «Кинематика и динамика» является получение студентами знаний о законах кинематики и динамики и умений решать задачи по разделу.

Кинематика – наука о движении материальных точек и тел в пространстве или в плоскости во времени, без учета причин, вызвавших движение.

После изучения кинематики студент должен знать обозначения, единицы измерения кинематических параметров и формулы для их определения. Уметь определять кинематические характеристики движения материальной точки и тела.

В кинематике рассматривают кинематику материальной точки и кинематику тела.

Под материальной точкой в технической механике подразумевается тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи. Например, при движении автомобиля по прямолинейному пути, автомобиль рассматривают, как материальную точку. В задаче о движении земли вокруг солнца, земля считается материальной точкой, но при движении земли вокруг своей оси, земля уже материальное тело, т.к. экватор и полюса перемещаются вокруг оси по-разному.

Динамика – это наука о движении с учетом причин. Причиной поступательного движения является сила  $F$ . Причиной вращательного движения является момент пары сил ( $M$ ) или момент силы ( $M = F \cdot d/2$ ).

После изучения динамики студент должен знать законы динамики, связь между кинематическими и силовыми характеристиками, формулы для определения мощности при поступательном и вращательном движении, к.п.д.

Динамика решает две задачи:

1. По известной силе, находить закон движения.
2. По закону движения определяет силу.

## 1 Кинематика точки

В кинематике точки основными понятиями являются:

*Траектория* – линия, по которой происходит движение точки. Траектория может быть прямолинейной или криволинейной.

*Путь* – отрезок траектории, который прошла точка. Путь обозначают  $S$ , измеряется метрами. Закон движения точки можно представить в виде  $S=f(t)$ .

*Скорость* – векторная величина, характеризующая быстроту перемещения точки. Скорость обозначают  $v$  и измеряют метрами в секунду. При прямолинейном движении вектор скорости направлен по траектории в сторону движения. При криволинейном движении вектор скорости направлен по касательной в сторону движения.

Величина скорости определяется, как первая производная пути по времени, по формуле

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad (1)$$

где  $v$  – скорость, в м/с;

$t$  – время, в с;

$S$  – путь, в м.

Ускорение – векторная величина, характеризующая изменение вектора скорости по величине и по направлению. Ускорение обозначают  $a$ , измеряют в метрах в секунду за секунду ( $\text{м/с}^2$ )

Если движение прямолинейное, то вектор ускорения направлен, как и вектор скорости, при замедлении направлен в противоположную сторону.

В случае криволинейного движения, ускорение раскладывают на составляющие касательное ускорение и нормальное ускорение.

Касательное ускорение  $a_\tau$  отвечает за изменение величины вектора скорости, касательное ускорение направлено по касательной к траектории.

Нормальное ускорение  $a_n$  (центростремительное), изменяет вектор скорости по направлению, оно направлено перпендикулярно касательной к центру кривой.

Величина нормального и касательного ускорений определяется по формулам

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad (2)$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}, \quad (3)$$

где  $a_\tau$  – касательное ускорение,  $\text{м/с}^2$ ;

$a_n$  – нормальное ускорение, м/с<sup>2</sup>;  
 $v$  – скорость, м/с;  
 $r$  – радиус кривизны траектории, в м.

Полное ускорение точки определяют по формуле

$$\alpha = \sqrt{\alpha_\tau^2 + \alpha_n^2}. \quad (4)$$

Направление скорости, полного, касательного и нормального ускорений при прямолинейном и криволинейном движении показано на рисунке 1

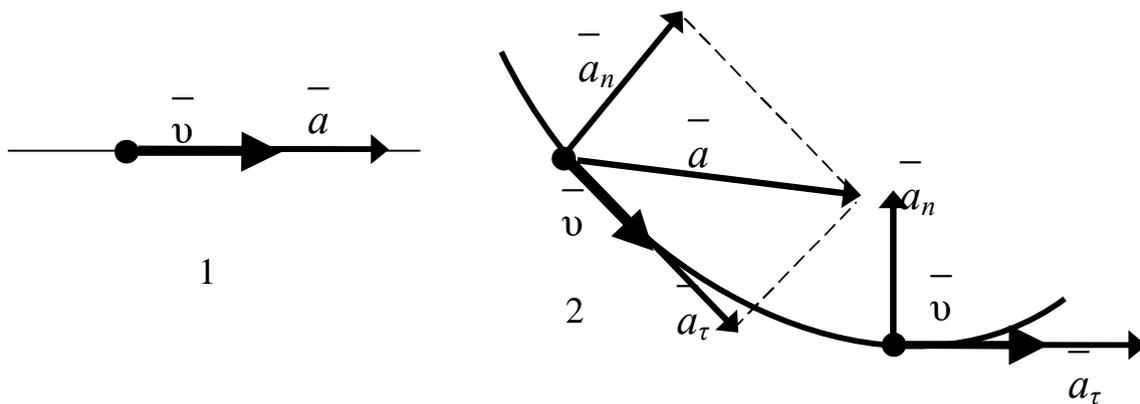


Рисунок 1 – Направление векторов скорости и ускорений:  
 1 – прямолинейное движение, 2 – криволинейное движение.

## 2 Кинематика тела

В кинематике тела рассматривают два движения, поступательное и вращательное.

Поступательное движение – это такое движение, когда любая прямая, выбранная на теле остается параллельна своему начальному положению, поступательное движение показано на рисунке 2

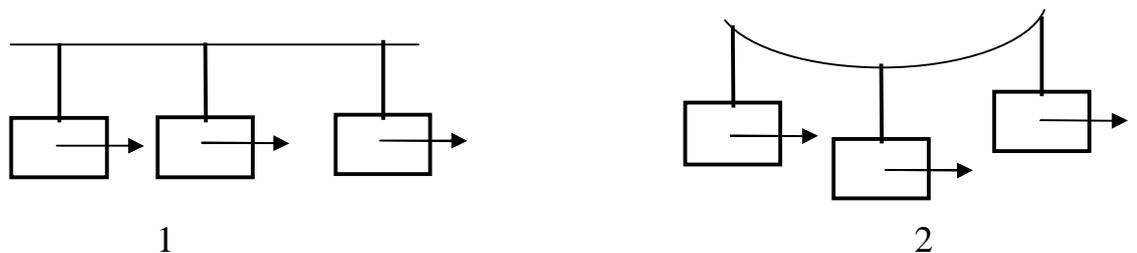


Рисунок 2 – Поступательное движение тела:

1 – прямолинейное поступательное движение, 2 – криволинейное поступательное движение.

Характеристики поступательного движения те же, что и точки:

- путь  $S$ ;
- скорость  $v$ ;
- ускорения  $a_\tau$  и  $a_n$ .

Для определения параметров поступательного движения справедливы все формулы кинематики точки.

В зависимости от ускорения поступательное движение может быть:

- прямолинейным равномерным, если  $a_n = 0$  и  $a_\tau = 0$ ;
- криволинейным равномерным, если  $a_n \neq 0$  и  $a_\tau = 0$ ;
- прямолинейным неравномерным  $a_n = 0$  и  $a_\tau \neq 0$ ;
- криволинейным неравномерным  $a_n \neq 0$  и  $a_\tau \neq 0$ .

Вращательное движение – это такое движение, когда есть прямая, принадлежащая телу или неизменной системе, которая остается неподвижной. Неподвижная прямая  $OO'$  ось вращения. Вращательное движение показано на рисунке 3

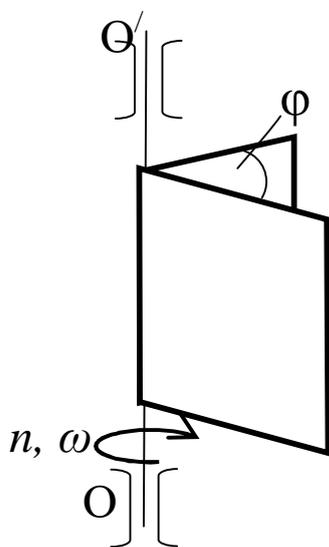


Рисунок 3 – Поступательное движение тела

Угол поворота  $\varphi$ , в радианах (рад), оценивает угловое перемещение.

Угловая скорость  $\omega$  – величина, характеризующая быстроту вращательного движения в системе СИ, в рад/с, определяется как первая производная углового перемещения по времени, по формуле

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} . \quad (5)$$

Частота вращения  $n$ , - так же характеризует быстроту вращательного движения, измеряется в об/мин.

Для перевода угловой скорости в частоту вращения или наоборот пользуются формулами

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \quad \text{или} \quad n = \frac{30\omega}{\pi} . \quad (6)$$

Угловое ускорение  $\varepsilon$  – величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости, угловое ускорение определяют, как первую производную угловой скорости по времени, по формуле

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} . \quad (7)$$

В зависимости от углового ускорения бывают следующие виды вращательного движения:

- $\varepsilon = 0$  – равномерное вращательное движение;
- $\varepsilon \neq 0$  – неравномерное вращательное движение;
- $\varepsilon = \text{const}$  – равнопеременное вращательное движение.

Связь между поступательным и вращательным движением можно установить при движении ленты транспортера. Лента совершает поступательное движение, барабаны вращательное, как показано на рисунке 4

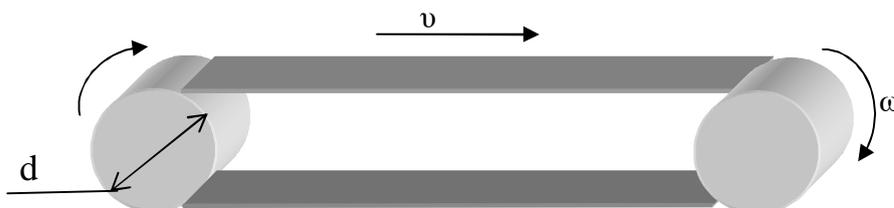


Рисунок 4 – Связь между поступательным и вращательным движениями

Связь между угловой  $\omega$  и линейной скоростью  $v$  определяется по формулам

$$v = \omega \frac{d}{2} \quad \omega = \frac{2v}{d} \quad (8 \text{ и } 9)$$

Для определения диаметра пользуются формулой

$$d = \frac{2v}{\omega} \quad (10)$$

- где  $\omega$  – угловая скорость, рад/с;  
 $v$  – линейная скорость, м/с;  
 $d$  – диаметр барабана, в м.

### 3 Сложное движение

Сложное движение точки – это движение точки в двух системах отсчета. Например – движение человека в движущемся вагоне, такое движение показано на рисунке 5

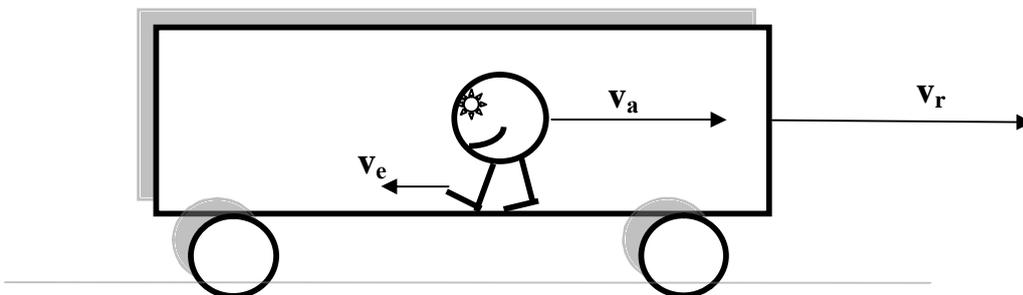


Рисунок 5 – Сложное движение точки

Движение подвижной системы отсчета (вагон) по отношению к неподвижной (земля) называется переносным – скорость переносная.

Движение точки (человек) относительно подвижной системы отсчета (вагон) называется относительным – скорость относительная

Движение точки (человек) относительно неподвижной системы (земля) называется абсолютным – скорость абсолютная.

В данном случае скорость движения человека по отношению к земле определяют по формуле

$$v_a = v_r - v_e \quad (11)$$

$v_e$  – переносная скорость, м/с;

$v_r$  – относительная скорость, м/с;

$v_a$  – абсолютная скорость, м/с.

При решении задач используют теорему о сложении скоростей:

*При сложном движении точки абсолютная скорость, в каждый момент времени равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей.*

Пояснение к теореме на рисунке 6

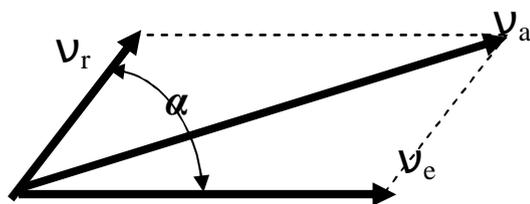


Рисунок 6 – Теорема о сложении скоростей  
 Абсолютная скорость определяется по формуле

$$v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2 + 2v_e v_r \cos \alpha} \quad (12)$$

где  $v_a$  – абсолютная скорость точки, м/с;

$v_r$  – относительная скорость точки, м/с;

$v_e$  – переносная скорость, м/с;

$\alpha$  – угол между скоростями.

*Сложное движение тела – это плоскопараллельное движение. Произвольное движение параллельное плоскости. Примером плоскопараллельного движения является движение колеса по прямолинейному участку дороги. Для изучения плоскопараллельного движения существует два метода: метод разложения сложного движения на поступательное и вращательное и метод мгновенного центра скоростей.*

*В методе разложения сложного движения на поступательное и вращательное, плоскопараллельное движение раскладывают на два движения: поступательное вместе с некоторым полюсом и вращательное относительно этого полюса. Тело переместилось из положения 1 в положение 2, совершив плоскопараллельное движение. Считаем, что сначала было поступательное движение из 1 в 1', а затем вращение вокруг точки В<sub>1</sub> до положения 2. Точка В считают полюсом, скорость точки В  $v_B$  – переносная, скорость точки А во вращательном движении вокруг точки В  $v_{AB}$  – относительная, абсолютная скорость точки А –  $v_A$ . За полюс вращения можно выбрать любую точку.*

$$v_A = v_B + v_{AB}, \quad v_{AB} = \omega \cdot r \quad (r=AB)$$

Метод разложения сложного движения на поступательное движение и вращательное показан на рисунке 7

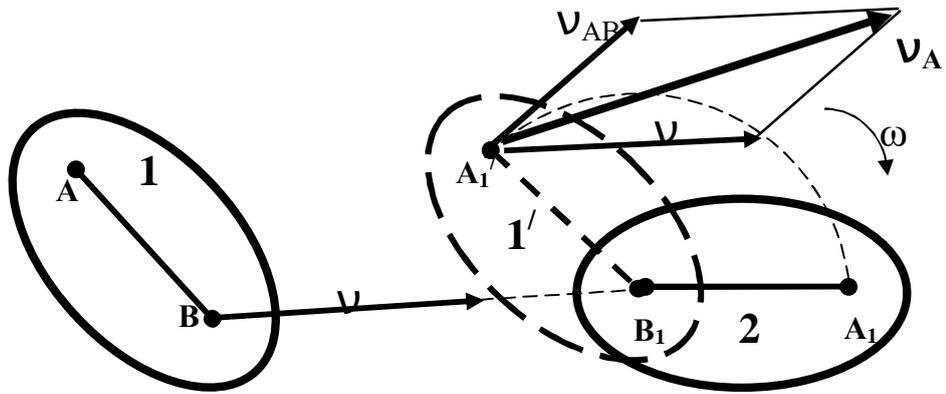


Рисунок 7 – Метод разложения сложного движения тела

В методе мгновенного центра скоростей, плоскопараллельное движение представляют в виде цепи вращений вокруг разных центров.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) является точка, абсолютная скорость которой в данный момент времени равна нулю. Положения мгновенного центра скоростей показано на рисунке 8

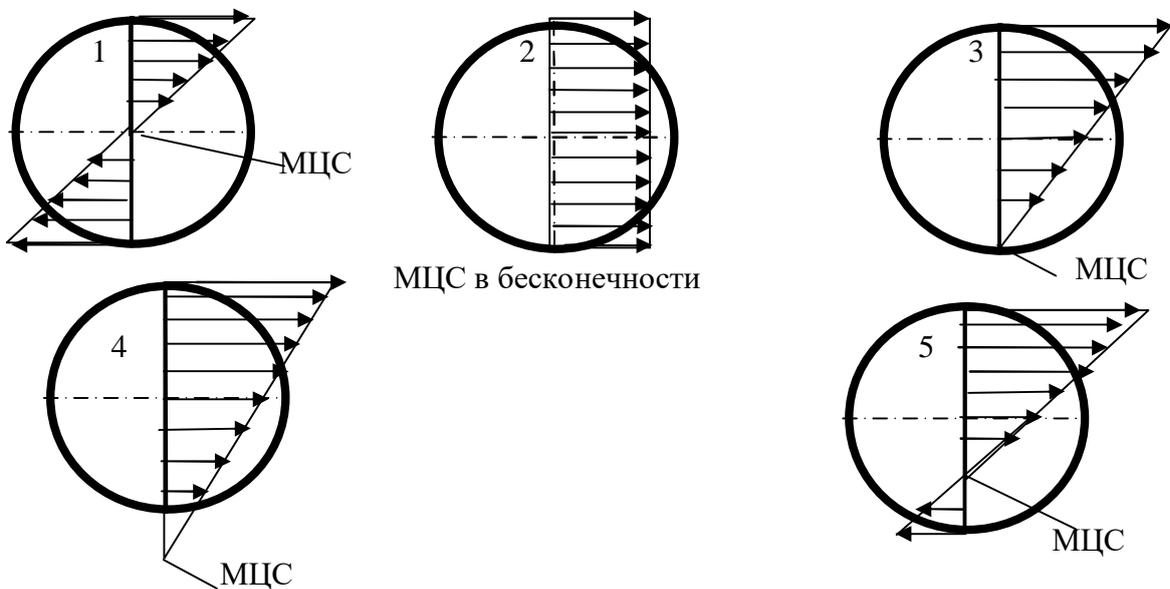


Рисунок 8 – Положения мгновенного центра скоростей:

1 – вращение вокруг неподвижной оси, 2 - поступательное движение, 3 – качение колеса, 4 – качение с проскальзыванием, 5 – качение с пробуксовкой.

Мгновенный центр скоростей можно определить, если:

- известна скорость одной точки  $v_A$  и угловая скорость вращения тела  $\omega$ ;
- известны скорости двух точек и они не параллельны;
- известны скорости двух точек и они параллельны.

#### 4 Основные понятия и аксиомы динамики

*Динамика* – это наука о движении с учетом причин. Причиной поступательного движения является сила  $F$ . Причиной вращательного движения является момент пары сил  $M$  или момент силы  $F \cdot d/2$ .

Динамика решает две задачи:

3. По известной силе, находит закон движения.

4. По закону движения определяет силу.

*Аксиомы динамики :*

*Первая аксиома* (первый закон Ньютона закон инерции)

*Если на материальную точку не действуют силы, то она сохраняет состояние покоя или движется прямолинейно и равномерно.*

Под действием сил  $F=F$ , тело будет находиться в покое или двигаться с постоянной скоростью . Пояснение к первой аксиоме показано на рисунке 9.

*Вторая аксиома* (второй закон Ньютона) – основной закон динамики.

*Ускорение, которое получает точка от силы, пропорционально силе и совпадает с силой по направлению.* Математическое выражения закона представлено формулой

$$F = m \cdot a \quad (13)$$

где  $F$  – сила, Н

$m$  – масса, кг

$a$ – ускорение, м/с<sup>2</sup>

Масса – это количество вещества в объеме тела. Масса – мера инертности тела.

*Третья аксиома* (третий закон Ньютона) устанавливает, что в природе не может быть одностороннего действия силы.

*Всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие.*

Пояснение к третьей аксиоме показано на рисунке 9.

*Четвертая аксиома* (закон независимости действия сил)

*Каждая сила системы сил действует так, как она действовала бы одна.*

Пояснения к аксиомам показаны на рисунке 9

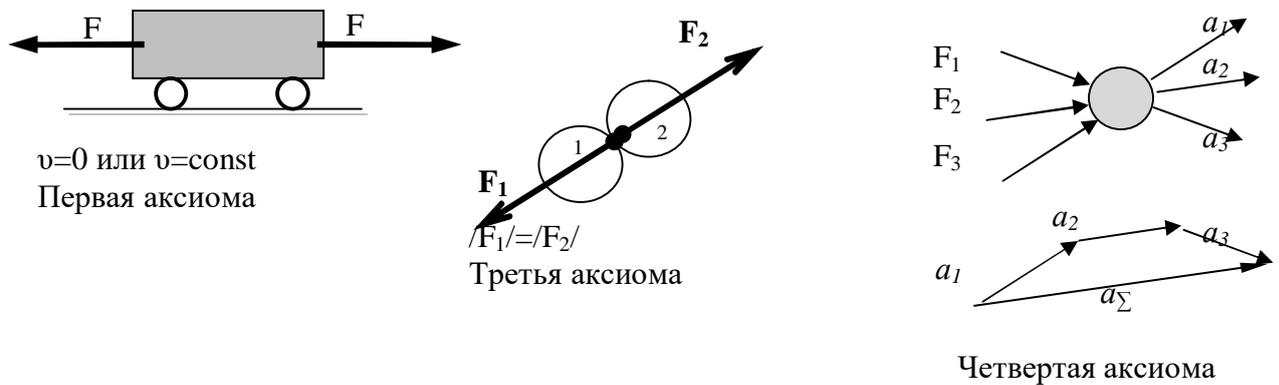


Рисунок 9 – Аксиомы динамики

## 5 Метод кинетостатики

В методе кинетостатики, наряду с силами, которые приложены к телу, учитывают силу инерции  $F^{\text{ин}}$ .

Сила инерции – это сила противодействия данного тела тем телам, которые сообщают данному телу ускорение. Сила инерции возникает при разгоне или торможении тела, она направлена противоположно ускорению, её величина определяется по формуле

$$F^{\text{ин}} = m \cdot a \quad (14)$$

где  $F^{\text{ин}}$  – сила,  $H$ ;

$m$  – масса, кг;

$a$  – ускорение,  $\text{м/с}^2$ .

При криволинейном движении рассматривают две составляющие силы инерции: касательная и нормальная, которые определяются по формулам

$$= m \cdot a_{\tau} \quad (15)$$

$$= m \cdot a_n \quad (16)$$

где  $a_{\tau}$  и  $a_n$  – силы инерции касательная и нормальная,  $H$ ;

$m$  – масса, кг;

$a_{\tau}$  – касательное ускорение,  $\text{м/с}^2$ ;

$a_n$  – нормальное ускорение,  $\text{м/с}^2$ .

Направления сил и ускорений при прямолинейном и криволинейном движении показаны на рисунке 10

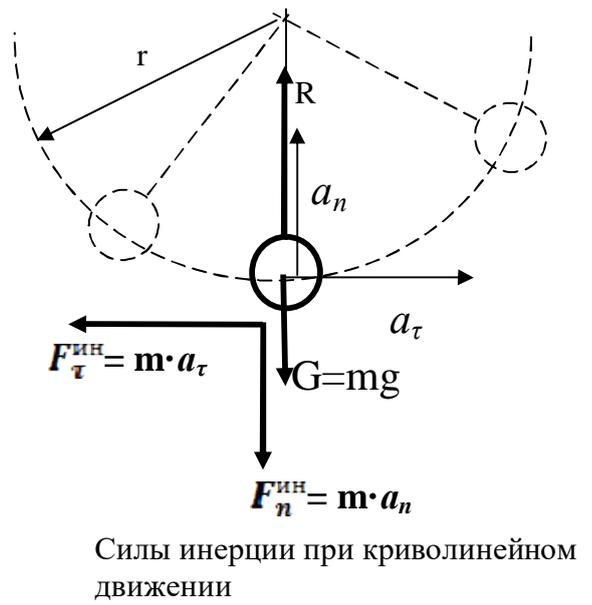
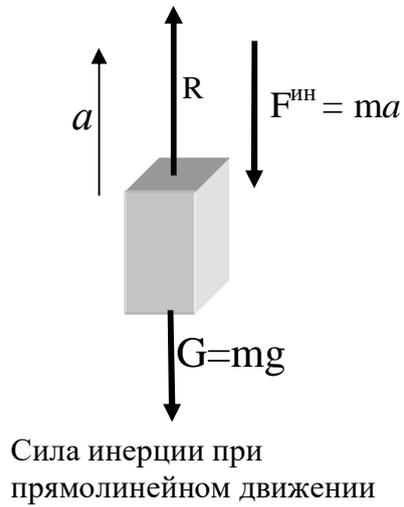


Рисунок 10 – Метод кинетостатики

*Движущие силы и силы сопротивления, действующие на тело, вместе с силами инерции образуют систему, удовлетворяющую условиям равновесия.*

## 6 Работа, мощность, коэффициент полезного действия

Работа  $W$  – это мера действия сил на её перемещении, работа измеряется в Джоулях. ( $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}$ ) Работа величина скалярная, может быть положительной, отрицательной или равной 0. Пояснение к понятию работа показано на рисунке 11.

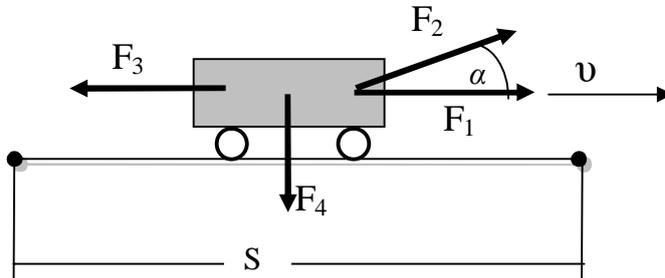


Рисунок 11 – Работа силы

При совпадении направления движения и направления силы ( $F_1$ ) работа равна произведению модуля силы на пройденный путь.

Если направление силы под углом к движению ( $F_2$ ), то это учитывают.

Силы сопротивления, направленные против движения ( $F_3$ ), совершают отрицательную работу.

Сила, направленная под углом  $90^\circ$  к движению ( $F_4$ ), не совершает работы, в этом направлении.  $W_4 = 0$ , т.к.  $S=0$

Величина работы определяется по формулам

$$W_1 = F_1 \cdot S \quad (17)$$

$$W_2 = F_2 \cdot S \cdot \cos \alpha \quad (18)$$

$$W_3 = - F_3 \cdot S \quad (19)$$

где  $W_1, W_2, W_3$  – работа сил, Дж;

$F_1, F_2, F_3$  – силы, Н;

$S$  – путь, м.

Работа силы тяжести не зависит от траектории движения, а зависит только от вертикального перемещения  $h$ , как показано на рисунке 12.

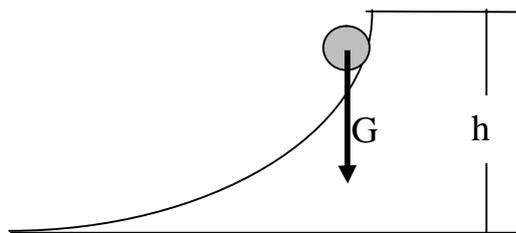


Рисунок 12 – Работа силы тяжести

Работу силы тяжести определяют по формуле

$$W_G = G \cdot h \quad (20)$$

где  $W_G$  – работа силы тяжести, Дж;

$G$  – сила, Н;

$h$  – вертикальное перемещение, м.

Для поступательного движения, справедлива формула, как при движении точки

$$W = F \cdot S \quad (21)$$

где  $W$  – работа силы, Дж;

$F$  – сила, Н;

$S$  – перемещение, м.

Для вращательного движения работу определяют по формуле

$$W_{вр} = M \cdot \varphi \quad (22)$$

где  $W_{вр}$  – работа при вращательном движении, Дж;

$M$  – момент, Нм;

$\varphi$  – угол поворота, рад.

Мощность  $P$  – это работа, выполненная в единицу времени. Единицы измерения мощности Вт,  $1 \text{ Вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}}$ . Мощность определяют по формуле

$$P = \frac{W}{t}$$

(23)

где  $P$  – мощность, Вт ;

$W$  – работа силы, Дж;  
 $t$  – время, секунды.

*Мощность при поступательном движении* определяют по формуле

(учитывая, что работа  $W = F \cdot S$ , а  $v = \frac{S}{t}$ )

$$P = F \cdot v \quad (24)$$

где  $P$  – мощность, Вт ;  
 $F$  – сила, Н;  
 $v$  – скорость, м/с .

*Мощность при вращательном движении*, учитывая, что работа

$W_{вр} = M \cdot \varphi$ , а угловая скорость  $\omega = \frac{\varphi}{t}$ , мощность определяют по формуле

$$P = M_{вр} \cdot \omega \quad (25)$$

где  $P$  – мощность при вращательном движении, Вт ;  
 $M_{вр}$  – момент, Нм;  
 $\omega$  – угловая скорость, рад/с .

*Коэффициент полезного действия  $\eta$*  (греческая буква «эта») – показывает отношение полезной мощности к затраченной. При передаче мощности, неизбежны потери на преодоление сил сопротивления. Полезная мощность расходуется на движение с заданной скоростью и определяется по ранее приведенным формулам для поступательного или вращательного движения.

Затраченная мощность всегда больше полезной,  $P_{затрач} > P_{полез}$ , на величину мощности идущей на преодоление сил трения, на утечки и прочие потери. КПД определяют по формуле

$$КПД = \eta = \quad (26)$$

Коэффициент полезного действия измеряют в долях, реже в процентах.

**Пример:** Цепная передача имеет кпд  $\eta = 0,90 \dots 0,93$ , подшипники качения  $\eta = 0,99 \dots 0,995$ .

КПД последовательно соединенных механизмов равен произведению КПД, определяют по формуле

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots \cdot \eta_n \quad (26)$$

## 7 Виды трения. Условие самоторможения

Трением называют взаимодействие соприкасающихся поверхностей. По характеру бывает трение скольжения и трения качения.

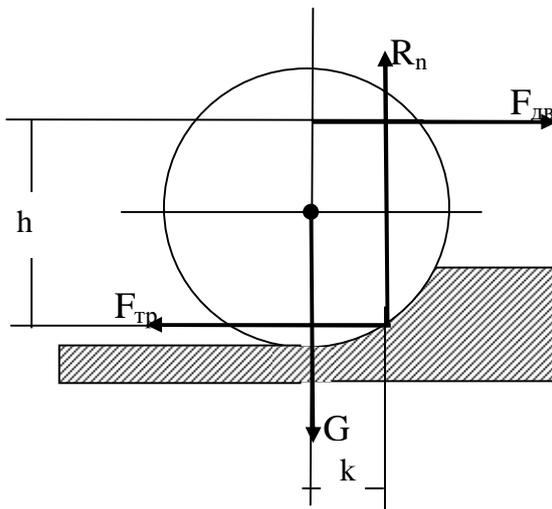
Причиной трения качения является взаимная деформация поверхности и колеса.

Для качения колеса, необходимо выполнения условия  $F_{дв} \cdot h > R_n \cdot k$

С учетом  $R_n = G$ ,

$k$  – коэффициент трения качения, см.

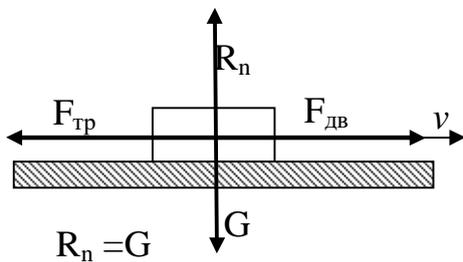
Силы, действующие в условиях трения качения, показаны на рисунке 13



- $F_{тр}$  – сила трения;
- $F_{дв}$  – движущая сила;
- $R_n$  – сила нормального давления;
- $G$  – сила тяжести.

Рисунок 13 – Трение качения

Причиной трения скольжения является зацепление выступов шероховатости поверхностей. Силы, действующие в условиях трения скольжения, показаны на рисунке 14



- $F_{тр}$  – сила трения
- $F_{дв}$  – движущая сила
- $R_n$  – сила нормального давления
- $G$  – сила тяжести

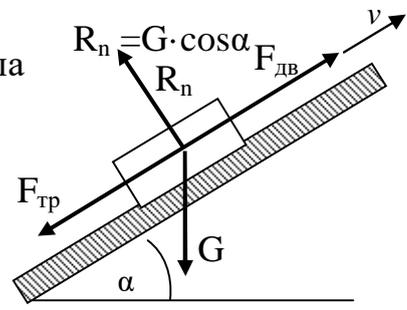


Рисунок 14 – Трение скольжения

Трение скольжения подчиняется законам:

1. Сила трения  $F_{тр}$  – направлена против движения.
2. Сила трения  $F_{тр} = f \cdot R_n$ .
3. Коэффициент трения скольжения  $f$ , зависит от материала.

Материалы с малым коэффициентом трения называют антифрикционными.

Сила трения и сила нормального давления – это реакции, если сложить эти силы, то получится суммарная реакция. Угол  $\rho$  между силой нормального давления  $R_n$  и суммарной реакцией  $R$  называют углом трения. Если в пространстве под углом  $\rho$  реакцией  $R$  описать конус – то получим конус трения, как показано на рисунке 15. Силы, находящиеся внутри конуса трения не смогут сдвинуть тело с места, какой бы величины они небыли – условие самоторможения.

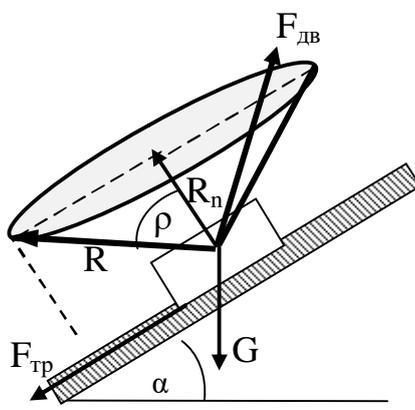


Рисунок 15 – Конус трения

## 8 Теоремы динамики

Существует две теоремы динамики, которые устанавливают связь между мерами действия сил и мерами механического движения.

Мерами действия сил являются *работа силы* – скалярная величина и *импульс силы* – векторная величина.

*Работа силы* определяют по формуле (21)

*Импульс силы* - произведение постоянного вектора силы на промежуток времени действия, измеряют в Н·с и определяют по формуле

$$F \cdot (t - t_0) \quad (27)$$

где  $F$  – сила в, Н;

$(t - t_0)$  – промежуток времени, с.

Мерами механического движения являются *кинетическая энергия* – скалярная величина и *количество движения* – вектор.

Энергия – это способность тела совершать механическую работу. Понятие энергия было введено в 1695г. Лейбницем. Лейбниц назвал энергию - «живая сила». Сторонниками такой оценки механического движения являлись Д.Бернулли, И.Бернулли. *Кинетическая энергия* – это энергия движущегося тела. Кинетическую энергию определяют по формуле

$$\frac{m \times v^2}{2} \quad (28)$$

где  $m$  – масса в, кг;

$v$  – скорость, м/с.

*Количество движения* – это произведение массы точки на её скорость. Понятие было введено в 1644г. Декартом, сторонниками такого понятия были Я.Бернулли, Вариньон, Г. Кларк . Количество движения измеряется в Н · с и определяется по формуле

$$m \cdot v \quad (29)$$

где  $m$  – масса в, кг;

$v$  – скорость, м/с.

Между учеными шел спор, как измерять движение скоростью  $v$  или  $v^2$ . И.Ньютон не принимал участие в споре. Через 100 лет спор стих и сейчас движение измеряют как кинетической энергией, где  $v^2$ , так и количеством движения, где просто  $v$ .

Теорема об изменении кинетической энергии устанавливает связь между скалярными величинами: *«Изменение кинетической энергии точки на некотором пути равно работе всех сил, действующих на точку, на том же пути»* . Математически теорема выражена формулой

$$W = \frac{m \times v^2}{2} - \frac{m \times v_0^2}{2} \quad (30)$$

где  $W$  – работа ( $W = F \cdot S$ ), Дж;

$m$  – масса, кг;

$v, v_0$  – скорость, в начале и в конце пути, м/с .

По этой теореме решают задачи, когда в состав исходных и искомым величин входят  $m, v, S, F$ .

Теорема об изменении количества движения устанавливает связь между векторными величинами: *«Изменение количества движения точки за некоторый промежуток времени равно импульсу сил, приложенных к точке в течение того же времени»* Математически теорема выражена формулой

$$m \cdot v - m \cdot v_0 = F \cdot (t - t_0) \quad (31)$$

где  $F$  – работа ( $W = F \cdot S$ ), Дж;

$m$  – масса, кг;

$v, v_0$  – скорость на начало и на конец момента времени, м/с;  
 $\cdot(t - t_0)$  – промежуток времени, с .

По этой теореме решают задачи, когда в состав исходных и искомых величин входят  $m, v, t, F$ .

## 9 Задачи по кинематике и динамике

### Задача 1 Кинематика. Кинематика точки

Точка движется прямолинейно согласно уравнению  $S=f(t)$ . Определить скорость и ускорение точки, в момент времени  $t$  согласно варианту по таблице 1

Таблица 1 – Варианты к задаче 1

Вариант 1 $S=6t^3+10t^2+5$ $t=2c.$	Вариант 2 $S=3t^3+15t^2+8$ $t=1c.$	Вариант 3 $S=t^3+5t^2+7$ $t=2c.$	Вариант 4 $S=2t^3+6t^2+6$ $t=3c.$	Вариант 5 $S=4t^3+8t^2+7$ $t=1c.$
Вариант 6 $S=2t^3+2t^2+4$ $t=1c.$	Вариант 7 $S=0,5t^3+11t^2+5$ $t=2c.$	Вариант 8 $S=2t^3+3t^2+3$ $t=3c.$	Вариант 9 $S=1,5t^3+5t^2+5$ $t=1c.$	Вариант 10 $S=2t^3+2t^2+3$ $t=2c.$
Вариант 11 $S=2t^3+8t^2+9$ $t=3c.$	Вариант 12 $S=1,5t^3+10t+1$ $t=3c.$	Вариант 13 $S=3t^3+3t^2+3$ $t=1c.$	Вариант 14 $S=0,5t^3+3t^2+1$ $t=2c.$	Вариант 15 $S=8t^3+8t^2+3$ $t=2c.$

### Пример решения задачи 1

Исходные данные

Уравнение движения точки  $S=5t^3+t^2+7$ , момент времени  $t=3c$

Решение

1 Определяем закон изменения скорости движения точки

$$u = \frac{dS}{dt} = 15t^2 + 2t; \quad v = 15t^2 + 2t. \quad \text{При } t=3c \quad v = 15t^2 + 2t = 15 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 = 141 \text{ м/с.}$$

2 Определяем закон изменения касательного ускорения

$$a_t = \frac{du}{dt} = 30t + 2; \quad a_t = 30t + 2. \quad \text{При } t=3c \quad a_t = 30t + 2 = 30 \cdot 3 + 2 = 92 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $v=141 \text{ м/с}$ ;  $a=92 \text{ м/с}^2$  (при  $t=3c$ )

### Задача 2 Кинематика. Кинематика точки

Определить полное ускорение точки, при её движении по окружности радиусом  $r$ , если уравнение её движения  $S=f(t)$ , и в данный момент времени её скорость составляет  $\bar{U}$ . Варианты в таблице 2

Таблица 2 – Варианты к задаче 2

Вариант 1 $r = 7 \text{ м}$ $s = 6,5t^3$	Вариант 2 $r = 9 \text{ м}$ $s = 10t^3$	Вариант 3 $r = 4 \text{ м}$ $s = 6t^3$	Вариант 4 $r = 6 \text{ м}$ $s = 5,5t^3$	Вариант 5 $r = 7,5 \text{ м}$ $s = 7t^3$
--	---	--	--	--

$v=8м/с$	$v=10м/с$	$v=3м/с$	$v=7м/с$	$v=6м/с$
----------	-----------	----------	----------	----------

Продолжение таблицы 2

Вариант 6 $r=3,5м$ $s=3t^3$ $v=5м/с$	Вариант 7 $r=4,5м$ $s=3,5t^3$ $v=5,5м/с$	Вариант 8 $r=6,5м$ $s=6t^3$ $v=7м/с$	Вариант 9 $r=7м$ $s=6,5t^3$ $v=8м/с$	Вариант 10 $r=3м$ $s=2,5t^3$ $v=4,5м/с$
Вариант 11 $r=6м$ $s=1,5t^3$ $v=3м/с$	Вариант 12 $r=8м$ $s=7,5t^3$ $v=5м/с$	Вариант 13 $r=5,5м$ $s=7,5t^3$ $v=5м/с$	Вариант 14 $r=5м$ $s=7t^3$ $v=6м/с$	Вариант 15 $r=2,5м$ $s=2t^3$ $v=2м/с$

### Пример решения задачи 2

Исходные данные радиус окружности  $r=4м$ , закон движения точки  $S=5t^3$ , скорость движения  $v=8м/с$

Решение:

1 Определяем закон изменения скорости движения точки

$$u = \frac{dS}{dt} = 5 \times 3 \times t^2;$$

$$v = 15t^2.$$

2 Определяем момент времени, при котором  $v=8м/с$

$$v = 15t^2 = 8;$$

$$\text{откуда } t = \sqrt{\frac{8}{15}} = 0,73с$$

3 Определяем закон изменения касательного ускорения

$$a_t = \frac{du}{dt} = 15 \times 2 \times t;$$

$$a_t = 30t,$$

Определяем величину касательного ускорения при  $t=0,73с$ ,

$$a_t = 22 м/с^2.$$

4 Определяем величину нормального ускорения

$$a_n = \frac{u^2}{r} = \frac{8^2}{4} = 16;$$

$$a_n = 16 м/с^2.$$

5 Определяем полное ускорение точки

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{22^2 + 16^2} = 27 м/с^2$$

Ответ:  $a=27м/с^2$

### Задача 3 Кинематика. Простейшие движения тела

Закон вращательного движения тела  $\varphi=\varphi(t)$ , определить по варианту в таблице 3

Таблица 3 – Варианты к задаче 3

<b>Варианты</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Закон движения</b>	$\varphi=1,2\pi t^2+2,4t$	$\varphi=1,2t^2+2,4t$	$\varphi=0,68t^3+t$	$\varphi=0,68t^3+t$	$\varphi=0,25t^3+4t$
<b>Известно</b>	$\omega=19,2\text{рад/с}$	$t=10\text{с}$	$t=3\text{с}$	$t=5\text{с}$	
<b>Определить</b>	$t$	$\varepsilon$	$\omega$	$\varepsilon$	<b>Вид движения</b>
<b>Варианты</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Закон движения</b>	$\varphi=0,32\pi t^3$	$\varphi=0,32\pi t^3$	$\varphi=6t - 1,5t^2$	$\varphi=0,3t^3+3$	$\varphi=\pi(1+2t)$
<b>Известно</b>	$t=3\text{с}$	$t=5\text{с}$	$\omega=0$	$t=5\text{с}$	
<b>Определить</b>	$\varepsilon$	$\omega$	$t$	$\varepsilon$	<b>Вид движения</b>
<b>Варианты</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>Закон движения</b>	$\varphi=1,2t^2+2,4t$	$\varphi=2\pi t^2+2,4t$	$\varphi=0,8t^3+t$	$\varphi=0,8t^3+t$	$\varphi=0,25t^2+t$
<b>Известно</b>	$t=2\text{с}$	$t=10\text{с}$	$t=3\text{с}$	$t=5\text{с}$	
<b>Определить</b>	$\omega$	$\varepsilon$	$\omega$	$\varepsilon$	<b>Вид движения</b>

#### Пример решения задачи 3

Исходные данные Закон вращательного движения тела  $\varphi=0,2\pi t^3+t$ , известно  $t=5\text{с}$ . Определить угловую скорость  $\omega$  и угловое ускорение  $\varepsilon$

Решение

1 Определяем закон изменения угловой скорости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 0,6\pi t^2 + 1$$

$\omega=0,6\pi t^2 + 1$  и угловую скорость при  $t=5\text{с}$   $\omega=0,6 \cdot 3,14 \cdot 5^2 + 1 = 48,1\text{рад/с}$

2 Определяем закон изменения углового ускорения

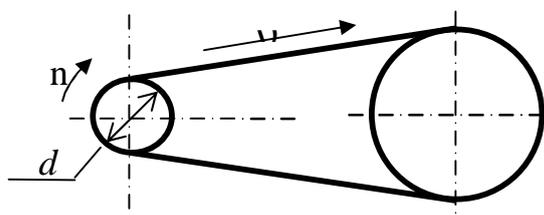
$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 0,6 \times \pi \times 2 \times t = 1,2\pi t$$

$\varepsilon=1,2\pi t$  и угловое ускорение при  $t=5\text{с}$   $\varepsilon=1,2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 18,84\text{рад/с}^2$

Ответ:  $\omega=48,1\text{рад/с}$  ;  $\varepsilon=18,84\text{рад/с}^2$

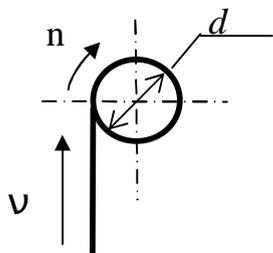
### Задача 4 Кинематика. Простейшие движения тела

Варианты 1, 2, 3, 4, 5 Вал электродвигателя, на который насажен шкив ременной передачи диаметром  $d$ , вращается с частотой  $n$ , **определить скорость ремня  $v$ .**



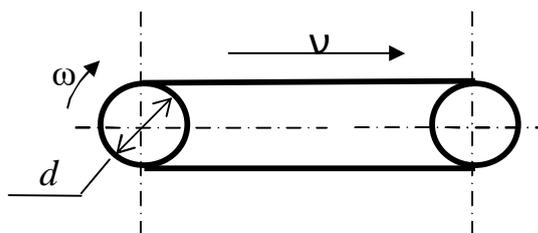
Варианты	1	2	3	4	5
Частота вращения, $n$ , об/мин	750	720	700	675	680
Диаметр шкива, $d$ , мм	200	180	224	250	160

Варианты 6, 7, 8, 9, 10 На барабан лебедки наматывается трос со скоростью  $v$ , **сколько оборотов в минуту  $n$  делает барабан**, если его диаметр  $d$ .



Варианты	6	7	8	9	10
Скорость движения, $v$ , м/мин	30	20	70	65	10
Диаметр шкива, $d$ , мм	200	800	400	500	600

Варианты 11, 12, 13, 14, 15 Лента транспортера перемещается со скоростью  $v$ , **подобрать необходимый диаметр барабана  $d$** , если его угловая скорость  $\omega$ .



Варианты	11	12	13	14	15
Скорость движения, $v$ , м/мин	30	20	70	65	10
Угловая скорость, $\omega$ , рад/с	20	8	40	5	6

### Пример решения задачи 4

Исходные данные частота вращения барабана  $n=100\text{об/мин}$ , диаметр барабана  $d=300\text{мм}$ , определить скорость подъема груза в  $\text{км/час}$ .

Решение

1 Определяем угловую скорость барабана

$$\omega = \frac{\rho \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 100}{30} = 10,5 \text{ рад/с}$$

2 Определяем скорость подъема в  $\text{м/с}$

$$u = \omega \times \frac{d}{2} = 10,5 \times \frac{0,3}{2} = 1,575 \text{ м/с}$$

3 Переводим в требуемые единицы измерения  $1,575 \text{ м/с} = \frac{1,575 \cdot 3600}{1000} = 5,67 \text{ км/ч}$

Ответ:  $v=5,67 \text{ км/ч}$

### **Задача5 Динамика. Метод кинестатики**

Вариант 1 Шарик массой  $0,8 \text{ кг}$  привязан к нити, которая может выдерживать натяжение не более  $5 \text{ кН}$ . При какой угловой скорости вращения в вертикальной плоскости нити с шариком возникает опасность её разрыва, если длина нити  $80 \text{ см}$ . Массой нити пренебречь. (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ )

Вариант 2 Определить силу натяжения грузоподъемного устройства, при подъеме груза массой  $m=3000 \text{ кг}$  с постоянным ускорением  $a=2,8 \text{ м/с}^2$ . (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ )

Вариант 3 Груз весом  $G=400 \text{ Н}$ . опускается вертикально вниз с ускорением  $a=8,5 \text{ м/с}^2$ . Определить натяжение нити, на которой весит груз. (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ ).

Вариант 4 Масса мотоциклиста вместе с мотоциклом –  $280 \text{ кг}$ . Когда мотоциклист проезжает по легкому мостику со скоростью  $108 \text{ км/ч}$ , то мостик прогибается, образуя дугу радиусом  $120 \text{ м}$ . Определить максимальную силу давления, производимую мотоциклистом на мостик. (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ )

Вариант 5 Определить силу давления человека на пол кабины лифта в случае, если лифт поднимается с ускорением  $a=3 \text{ м/с}^2$ . Вес человека  $G=700 \text{ Н}$ , (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ ).

Вариант 6 Определить силу натяжения троса лифта, при его подъёме с замедлением  $a=2 \text{ м/с}$ . Масса лифта с пассажирами  $2000 \text{ кг}$ . (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ )

Вариант 7 Определить силу натяжения троса барабана лебедки, перемещающего вверх груз массой  $100 \text{ кг}$  с ускорением  $a=4 \text{ м/с}^2$  (Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ )

Вариант 8 Тело массой  $m=8\text{кг}$ , лежит на горизонтальной платформе, которая опускается вниз с ускорением  $2\text{м/с}^2$ . Определить силу давления тела на платформу. (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 9 На железнодорожной платформе установлен и закреплен автомобиль массой  $m=3600\text{кг}$ . Определить силу натяжения заднего (по направлению движения) троса, если поезд при торможении движется с замедлением  $a=0,75\text{м/с}^2$  (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 10 Груз в 5 т, подвешенный на тросе длиной 4м, совершает колебательное движение и при переходе через положение равновесия имеет скорость 1,6 м/с. Определить в этот момент натяжение троса. Массой троса и размерами груза пренебречь. (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 11 Пикирующий отвесно самолет достиг скорости 1000км/ч, после чего летчик стал выводить его из пике, описывая дугу окружности радиусом  $r=600\text{м}$  в вертикальной плоскости. Масса летчика 80 кг. Определить с какой наибольшей силой прижимается летчик к сидению. (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 12 Шарик, массой 0,5 кг, привязан к нити длиной 60 см и вращается вместе с ней в вертикальной плоскости с частотой 90 об/мин. Определить наибольшее натяжение нити пренебрегая её массой. (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 13 Человек, держащий в руке сумку с продуктами массой 12 кг, вошел в лифт. С какой силой действует сумка на руку человека в начале подъема лифта, если ускорение при этом постоянно и равно  $6,2\text{ м/с}^2$  ? (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 14 С какой скоростью мотоциклист должен проехать по выпуклому мостику, радиус кривизны которого 25 м, чтобы в самой верхней точке мостика сила давления мотоцикла на мостик была в два раза меньше его общей с мотоциклом силы тяжести? (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

Вариант 15 Какая максимальная сила прижимает летчика к креслу при выполнении фигуры высшего пилотажа «петля Нестерова», если масса летчика 80кг, скорость самолета 150 км/ч, радиус траектории 180 м. (Принять  $g=10\text{м/с}^2$ )

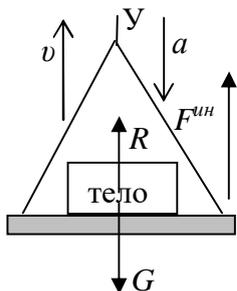
## Примеры решения задачи 5

### Пример 1

Тело массой  $m=200\text{кг}$ , поднимают на платформе вверх с замедлением  $a=4\text{м/с}^2$ . Определить силу давления тела  $R$  на платформу. Принять  $g=10\text{м/с}^2$

## Решение

1 Изображаем схему, указав направление движения  $v$ , направление ускорения  $a$ . К телу прикладываем силы:  $G$  – сила тяжести,  $R$  – реакция со стороны платформы. Направление силы инерции  $F^{ин}$  противоположно ускорению.



2 Определяем величины известных сил

$$F^{ин} = ma = 200 \cdot 4 = 800 \text{ Н};$$

$$G = mg = 200 \cdot 10 = 2000 \text{ Н}$$

3 Составляем уравнение равновесия

$$\Sigma Y = 0; R - G + F^{ин} = 0 \text{ и решаем относительно неизвестной силы}$$

$$R = G - F^{ин} = 2000 - 800 = 1200 \text{ Н}$$

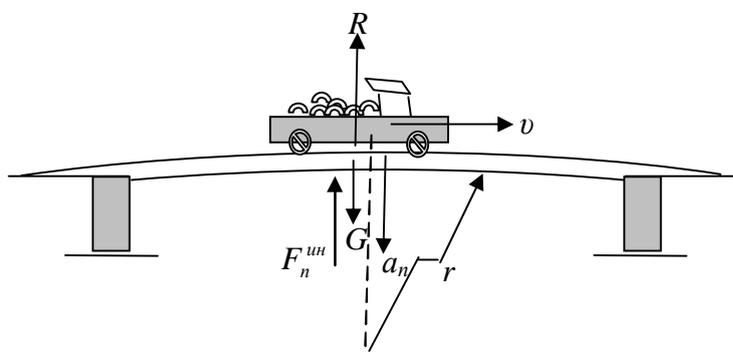
Ответ:  $R = 1200 \text{ Н}$

## Пример 2

Автомобиль массой  $m = 5,0 \cdot 10^3 \text{ кг}$  движется по выпуклому мосту с постоянной скоростью  $v = 54 \text{ км/ч}$ . Радиус кривизны моста  $r = 50 \text{ м}$ . Определить силу давления автомобиля на мост в момент прохождения им середины моста. (Принять  $g = 10$ )

## Решение

1 Изображаем схему.



Указываем направление движения  $v$ . При равномерном движении автомобиля касательное ускорение  $a_{\tau} = 0$ , а т.к. скорость меняется по направлению из-за выпуклости моста, нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{15^2}{50} = 4,5 \text{ м/с}^2 \quad (54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с})$$

2 В момент прохождения середины моста, на автомобиль действуют сила тяжести  $G$  и реакция моста  $R$ . Добавим силу инерции  $F_n^{ин}$ , направив её противоположно ускорению  $a_n$ .

$$F_n^{ин} = m \cdot a_n = 5,0 \cdot 10^3 \cdot 4,5 = 22500 \text{ Н} = 22,5 \text{ кН}; \quad G = m \cdot g = 5000 \cdot 10 = 50000 \text{ Н} = 50 \text{ кН}$$

3 Составляем уравнение равновесия на основании принципа Даламбера и решаем относительно неизвестной силы  $R$

$$\Sigma Y_k = 0; R + F_n^{ин} - G = 0; R = G - F_n^{ин} = 50 - 22,5 = 27,5 \text{ кН}$$

Ответ:  $R = 27,5 \text{ кН}$

### **Задача 6 Динамика. Работа, мощность, КПД**

Вариант 1 Определить работу силы тяжести при подъёме груза массой  $200 \text{ кг}$  на расстояние  $12 \text{ м}$  по наклонной плоскости (угол наклона  $45^\circ$ ). Трением пренебречь.

Вариант 2 Определить потребную мощность мотора лебедки при подъеме груза  $G=1 \text{ кН}$  со скоростью  $6,5 \text{ м/с}$ . КПД механизма лебедки  $0,823$ .

Вариант 3 Вычислить вращающий момент на валу электродвигателя при заданной мощности  $7 \text{ кВт}$  и угловой скорости  $150 \text{ рад/с}$ .

Вариант 4 Определить полезную мощность мотора лебедки при подъеме груза  $G=1 \text{ кН}$  на высоту  $10 \text{ м}$ , за  $5 \text{ с}$ .

Вариант 5 Определить потребную мощность мотора лебедки при подъеме груза  $G=2,6 \text{ кН}$  с постоянной скоростью  $1,5 \text{ м/с}$ . КПД механизма лебедки  $0,8$ .

Вариант 6 Лебедкой поднимают груз массой  $300 \text{ кг}$  со скоростью  $0,5 \text{ м/с}$ . Мощность двигателя  $2 \text{ кВт}$ . Определить общий КПД механизма.

Вариант 7 Вычислить момент на выходном валу электродвигателя. Мощность электродвигателя  $2 \text{ кВт}$ , частота вращения вала  $n=750 \text{ об/мин}$ .

Вариант 8 Определить работу пары сил, приводящей в движение барабан лебедки, при его повороте на  $360^\circ$ . Момент пары сил  $M_{вп}=150 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Вариант 9 Вычислить момент на выходном валу электродвигателя. Мощность электродвигателя  $2 \text{ кВт}$ , частота вращения вала  $n=750 \text{ об/мин}$ .

Вариант 10 Определить работу  $W$  силы  $F=40 \text{ Н}$  (направлена под углом  $30^\circ$  к горизонту), перемещающей груз, прямолинейно на расстояние  $S=1,5 \text{ м}$ .

Вариант 11 Определить работу, произведенную по перемещению по горизонтальному полу ящика массой  $m=100\text{кг}$  на расстояние  $s=10\text{м}$ , если коэффициент трения  $f=0,4$ .

Вариант 12 Колесо зубчатой передачи, передающей мощность  $P=12\text{кВт}$ , вращается с угловой скоростью  $\omega=20\text{рад/с}$ . Определить окружную силу, действующую на зуб колеса, если диаметр колеса  $d=480\text{мм}$ .

Вариант 13 Поезд идет со скоростью  $v=36\text{км/ч}$ . Полезная мощность тепловоза  $P=200\text{кВт}$ , сила сопротивления движению составляет  $0,005$  от веса состава. Определить общий вес всего состава.

Вариант 14 Определить общий КПД механизма, если мощность на выходном валу двигателя  $P=32\text{кВт}$  при скорости  $v=18\text{км/ч}$  и общей силе сопротивления движению  $F_{\text{сопр.}}=5\text{кН}$ .

Вариант 15 Определить силу сопротивления воды корпусу теплохода при движении со скоростью  $v=18\text{км/ч}$ . Мощность двигателя  $P=450\text{ кВт}$ , КПД силовой установки  $\eta=0,4$ .

## Примеры решения задачи 6

### Пример 1

Мощность токарного станка  $P=2\text{кВт}$ , частота вращения детали  $n=180\text{ об/мин}$ . Определить работу силы резания за  $\varphi=3\text{ оборота}$  детали.

### Решение

1 Определяем угловое перемещение в радианах

$$\varphi=3\text{ об}=3\cdot 2\pi =6\pi\text{ рад.}$$

2 Определяем угловую скорость

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 180}{30} = 18,8\text{ рад/с}$$

3 Определяем момент силы резания

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{2}{18,8} = 0,106\text{кНм}$$

4 Определяем работу силы резания

$$W = M \cdot \varphi = 0,106 \cdot 6\pi = 2\text{Дж}$$

Ответ:  $W=2\text{Дж}$

### Пример 2

Найти мощность турбогенератора на станции трамвайной сети, если число вагонов на линии 120 сила тяжести каждого вагона  $G=100$  кН, сопротивление трению равно 0,02 силы тяжести вагона, средняя скорость движения вагона  $v=18$  км/ч и потери в сети 5%.

#### Решение

1 Сила тяжести всех вагонов на линии

$$G_{\Sigma} = 120 \cdot G = 120 \cdot 100 = 12000 \text{ кН}$$

2 Определяем силу сопротивления на линии

$$F = G_{\Sigma} \cdot 0,02 = 12000 \cdot 0,02 = 240 \text{ кН}$$

3 Определяем мощность на преодоление сил сопротивления

$$P_{\Pi} = F \cdot v = 240 \cdot 5 = 1200 \text{ кВт}$$

(18 км/ч = 5 м/с)

4 Затраченная мощность с учетом потерь в сети 5%

$$P = 1,05 \cdot P_{\Pi} = 1,05 \cdot 1200 = 1260 \text{ кВт}$$

Ответ:  $P=1260$  кВт

#### **Задача 6 Динамика. Теоремы динамики**

Вариант 1 Определить массу пули, движущейся внутри ствола винтовки равноускоренно, если скорость пули при вылете из ствола равна 800 м/с., длина ствола 0,6 м, средняя сила давления газов в канале ствола 5000 н.

Вариант 2 Тяжелое тело спускается с высоты  $h=0,8$  м, по гладкой наклонной плоскости. Определить скорость тела в нижнем положении. Принять  $v_0=0$ ,  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.

Вариант 3 Определить массу пули, движущейся внутри ствола винтовки равноускоренно, если скорость пули при вылете из ствола равна 800 м/с., длина ствола 0,6 м, средняя сила давления газов в канале ствола 5000 н.

Вариант 4 Определить величину тормозной силы, если за 4 с его скорость упала с 12 м/с до 4 м/с. Сила тяжести – 104 Н.

Вариант 5 Тело опускается по гладкой, наклонной под углом 30° плоскости под действием веса  $G$ . Определить скорость тела через  $t=5,8$  с после начала движения. Принять  $v_0=0$ ,  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.

Вариант 6 Тело опускается по гладкой, наклонной под углом 30° плоскости под действием веса  $G$ . Определить скорость тела через  $t=12$  с после начала движения. Принять  $v_0=0$ ,  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.

Вариант 7 Тяжелое тело спускается с высоты  $h=5\text{м}$ , по гладкой наклонной плоскости. Определить скорость тела в нижнем положении. Принять  $v_0=0$ ,  $g=10\text{м/с}^2$ .

Вариант 8 Тяжелое тело спускается с высоты  $h=0,8\text{м}$ , по гладкой наклонной плоскости. Определить скорость тела в нижнем положении. Принять  $v_0=0$ ,  $g=10\text{м/с}^2$ .

Вариант 9 Тело опускается по гладкой плоскости (наклоненной под углом  $30^\circ$ ) под действием веса  $G$ . Определить скорость тела через  $t=12\text{с}$  после начала движения. Принять  $v_0=0$ ,  $g=10\text{м/с}^2$ .

Вариант 10 Чему равна работа силы, приложенной к прямолинейно движущемуся телу, если его скорость увеличилась с  $15\text{м/с}$  до  $25\text{м/с}$ . Масса тела  $1000\text{кг}$ .  $g=10\text{м/с}^2$ .

Вариант 11 Тело скользит по гладкой плоскости, наклоненной под углом  $30^\circ$ . Определить скорость тела через  $t=3,6\text{с}$ . Принять  $v_1=0$ ,  $g=10\text{м/с}^2$ .

Вариант 12 Автомобиль массой  $1500\text{кг}$  движется со скоростью  $20\text{м/с}$ . С какой силой нужно затормозить его, чтобы за  $5\text{сек}$  снизить скорость до  $2\text{ м/с}$ . За сколько времени эта сила остановит автомобиль?

Вариант 13 Поезд движется по горизонтальному прямолинейному участку пути. При торможении развивается сила сопротивления равная  $0,1$  силы тяжести поезда. В момент начала торможения поезд имел скорость  $v_0 = 20\text{м/с}$ . Определить время торможения до остановки и тормозной путь. Принять  $g=10\text{м/с}^2$ .

Вариант 14 Поезд движется по горизонтальному пути со скоростью  $v_0 = 72\text{ км/ч}$ . На каком расстоянии остановится поезд, если при торможении развивается сила сопротивления движению равная  $0,1$  силы тяжести поезда?

Вариант 15 Поезд движется по горизонтальному пути со скоростью  $v_0 = 72\text{ км/ч}$ . Через какое время остановится поезд, если при торможении развивается сила сопротивления движению равная  $0,1$  силы тяжести поезда?

### Примеры решения задачи 6

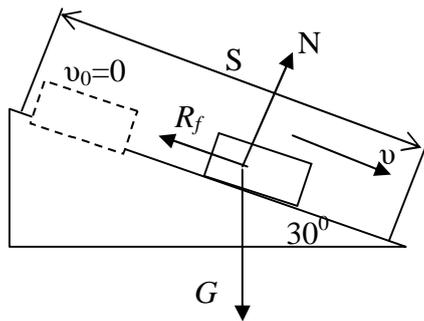
Пример 1 По шероховатой наклонной к горизонту поверхности под углом  $30^\circ$ , спускается тяжелое тело без начальной скорости. За сколько времени тело пройдет  $S=39,2\text{ м}$ , если коэффициент трения  $f=0,2$ .

Решение

1 Составим для расчета схему. На тело действуют силы

$G=m \cdot g$  – сила тяжести;

$N = G \cdot \cos 30^\circ$  – нормальная реакция наклонной плоскости  
 $R_f = N \cdot f$  – сила трения.



Сила которая движет тело  $F_\Sigma = G \cdot \cos 60^\circ - R_f = mg \cdot 0,5 - mg \cdot 0,866 \cdot f = 0,327mg$   
 2 Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии и определим скорость точки в конце пути

$$\frac{m \times u^2}{2} - \frac{m \times u_0^2}{2} = F_\Sigma \times S.$$

При  $v_0 = 0$ ,

$$v = \sqrt{\frac{2 \times F_\Sigma \times S}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,327mg \times S}{m}} = \sqrt{2 \times 0,327 \times 9,81 \times 39,2} = 15,85 \text{ м/с}.$$

3 Воспользуемся теоремой об изменении количества движения и определим время

$$mv - mv_0 = F_\Sigma \cdot (t - t_0).$$

Считая  $t_0 = 0$  и  $v_0 = 0$

$$t = \frac{F_\Sigma}{m \times u} = \frac{0,327mg}{m \times u} = \frac{0,327 \times 9,81}{15,85} = 0,2 \text{ с}$$

Ответ:  $t = 0,2 \text{ с}$



· **9 Формула...**  $= \frac{v^2}{r}$   
 1)  $a_\tau =$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $a_n =$

· **10 Формула...**  $= \frac{v^2}{\frac{dS}{dt}}$   
 1)  $a_\tau =$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $a_n =$

· **11 Формула...**  $= \frac{30 \cdot \omega}{\pi}$   
 1)  $a_\tau =$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $a_n =$

· **12 Формула .....**  $= \omega \cdot \frac{d}{2}$   
 1)  $a_\tau =$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $a_n =$

· **13 Линейная скорость обозначается....**  
 1)  $\varepsilon$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $\omega$

· **14 Угловая скорость обозначается...**  
 1)  $\varepsilon$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $\omega$

· **15 Частота вращения обозначается...**  
 1)  $\varepsilon$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $\omega$

· **16 Угловое ускорение обозначается...**  
 1)  $\varepsilon$                       2)  $n =$                       3)  $v =$                       4)  $\omega$

· **17 Динамика изучает...**  
 1) Движение тел без учета причин      2) Равновесие  
 3) Движение тел под действием сил

· **18 Причиной вращательного движения является...**  
 1) момент силы и сила      2) момент силы и пара сил      3) сила

· **19 Кинематика изучает....**  
 1) Движение тел без учета причин      2) Равновесие  
 3) Движение тел под действием сил

· **20 Из предложенных величин выбрать векторные величины**  
 1) сила,                      2) энергия                      3) работа                      4) мощность

· **21 Единицы измерения момента силы**

1) Ньютон      2)Джоуль    3)Ньютон умноженный на метр    4)Ватт

• **22 Единицы измерения работы силы**

1) Ньютон      2)Джоуль    3)Ньютон умноженный на метр    4)Ватт

• **23 Единицы измерения силы**

1) Ньютон      2)Джоуль    3)Ньютон умноженный на метр    4)Ватт

• **24 Единицы измерения мощности**

1)Процент      2) Ньютон      3) Ватт      4) Джоуль

• **25 Мощность при вращательном движении определяют по формуле  $P=...$**

1)  $= m \cdot a$       2)  $= F \cdot s$       3)  $= F \cdot v$       4)  $= M \cdot \omega$

• **26 Мощность при поступательном движении определяют по формуле  $P=...$**

1)  $= m \cdot a$       2)  $= F \cdot s$       3)  $= F \cdot v$       4)  $= M \cdot \omega$

• **27 Работа при вращательном движении определяют по формуле  $P=...$**

1)  $= M \cdot \varphi$       2)  $= F \cdot s$       3)  $= F \cdot v$       4)  $= M \cdot \omega$

• **28 Работа при поступательном движении определяют по формуле  $P=...$**

1)  $= m \cdot a$       2)  $= F \cdot s$       3)  $= F \cdot v$       4)  $= M \cdot \omega$

• **29 Канат, поднимающий груз , натянут с силой равной силе тяжести груза, если движение...**

1) с постоянной скоростью    2) замедленное    3) ускоренное

• **30 Канат, поднимающий груз , натянут с силой больше, чем вес груза, если движение...**

1) с постоянной скоростью    2) замедленное    3) ускоренное

• **31 Канат, поднимающий груз , натянут с силой меньше, чем вес груза, если движение...**

1) с постоянной скоростью    2) замедленное    3) ускоренное

• **32 Канат, опускающий груз , натянут с силой больше, чем вес груза, если движение...**

1) с постоянной скоростью    2) замедленное    3) ускоренное

• **33 Если, при движении материальной точки, сила двигающая = силе сопротивления, то точка двигается...**

- 1) Ускоренно                      2) Равномерно                      3) замедленно

· **34 Если, при движении материальной точки, сила,двигающая больше силе сопротивления, то точка двигается...**

- 1) Ускоренно                      2) Равномерно                      3) замедленно

· **35 Если, при движении материальной точки, сила,двигающая меньше силе сопротивления, то точка двигается...**

- 1) Ускоренно                      2) Равномерно                      3) замедленно

· **36 Движение материальной точки, будет с постоянной скоростью, если двигающая сила...силе сопротивления**

- 1) Больше                      2) Меньше                      3) Равна

**37 Коэффициент полезного действия показывает....**

- 1) часть полезной работы                      2) затраченную работу  
3) часть потерянной работы                      4) ничего

· **38 Коэффициент полезного составляет 98% ,это показывает....**

- 1) 98% - потери                      2) 2% - потери                      3) ничего

· **39 Коэффициент полезного  $\eta = 0,98$  ,единицы измерения....**

- 1) проценты                      2) ватты                      3) безразмерная величина (части)

· **40 Коэффициент полезного последовательно соединенных механизмов  $\eta_{\text{общ}} = \dots$**

- 1) Сумме всех к.п.д                      2) частного от деления  
3)  $\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \cdot \eta_n$

· **41 750 об/мин = ..... Рад/с**

- 1) 31,4                      2) 78,5                      3) 27,8                      4) 21,6

· **42 100 км/ч = ..... м/с**

- 1) 31,4                      2) 78,5                      3) 27,8                      4) 21,6

· **43 5 оборотов = ..... радиан**

- 1) 31,4                      2) 78,5                      3) 27,8                      4) 21,6

· **44 6 м/с = ... км/ч**

- 1) 31,4                      2) 78,5                      3) 27,8                      4) 21,6

## **Заключение**

Методическое пособие разработано с учетом требований ФГОС по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)

Методическое пособие помогает студентам осваивать важные темы Технической механики.

Теоретический материал сопровождается поясняющими рисунками. Практическая работа представлена 15 вариантами и сопровождается разнообразными примерами. Для проверки усвоения темы в пособие включен тест.

Методическое пособие может быть использовано как при проведении аудиторных занятий, так и при самостоятельном изучении тем.

### Список использованных источников

1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. - М., ВШ., 2002.
2. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р., Сопротивление материалов, - М.,Наука, 1986.
3. Винокуров А.И. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., ВШ., 1990.
4. Дубейковский Е.Н., Савушкин Е.С. Сопротивление материалов. – М., ВШ.,1985.
5. Иосилевич Г.Б. Прикладная механика. М., ВШ., 1989.
6. Куприянов Д.Ф., Метальников Г.Ф. Техническая механика. М., ВШ., 1975
7. Мовнин М.С., Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Основы технической механики, Л, Машиностроение, 1978.
8. Олофинская В.П., Техническая механика.-М., ФОРУМ-ИНФРА-М., 2013
9. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.- М., Наука, 1974.
- 10.Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов. М., ВШ., Академия, 2001.